

Comunicação Matemática: O reconhecimento, pelos professores, da singularidade dos conhecimentos matemáticos dos alunos¹

António Guerreiro

Escola Superior de Educação e Comunicação, Universidade do Algarve

Resumo: Este artigo discute o papel da valorização das interações sociais entre os alunos e o professor no desenvolvimento de modos de comunicação e de padrões de interação centrados nos conhecimentos matemáticos individuais dos alunos. Os dados foram recolhidos por mim, em contexto de trabalho colaborativo, com três professoras do 1.º ciclo do ensino básico, assumindo uma perspetiva interpretativa da ação e significação das professoras das conceções e práticas de comunicação matemática na sala de aula. O desenvolvimento das interações entre os próprios alunos e entre estes e as professoras, juntamente com o reconhecimento da singularidade dos conhecimentos matemáticos dos alunos, favoreceram a existência dos modos de comunicação reflexiva e instrutiva e dos padrões de extração e de discussão na comunicação matemática na sala de aula, gerando um sentido de responsabilidade coletiva sobre a aprendizagem da matemática e no reconhecimento do conhecimento do outro (aluno e professor).

Palavras-chave: comunicação matemática, modos de comunicação, padrões de interação, práticas de ensino, trabalho colaborativo.



Guerreiro, A. (2013). Comunicação Matemática: O reconhecimento, pelos professores, da singularidade dos conhecimentos matemáticos dos alunos. *Da Investigação às práticas*, 3(2), 31–52.

Contacto: António Guerreiro, Escola Superior de Educação e Comunicação, Universidade do Algarve, Portugal / aguerrei@ualg.pt

¹ Este trabalho é financiado por fundos nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia no âmbito do Projeto *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (contrato PTDC/CPE-CED/098931/2008).

Abstract: This article discusses the role of valorization of social interaction between pupils and teachers in the development of means of communication and interaction patterns centred on the individual mathematical knowledge of the pupils. The data were gathered by myself in group work with three teachers of the 1st cycle of basic education, and assumed an interpretive perspective of the teachers' action and the significance of the concepts and mathematical communication practices in the classroom. The development of interactions between the pupils and between them and the teachers, together with recognition of the singularity of the pupils' mathematical knowledge, favour the existence of forms of reflective and instructive communication, and patterns of extraction and discussion in mathematical communication in the classroom, creating a sense of collective responsibility for mathematics learning and recognition of the knowledge of others (pupil and teacher).

Key words: mathematical communication, forms of communication, interaction patterns, teaching practices, group work

Résumé: Cet article examine le rôle de la valorisation des interactions sociales entre les élèves et le professeur dans le développement des modes de communication et des modèles d'interaction centrés sur les connaissances mathématiques individuelles des élèves. J'ai recueilli les données dans le cadre d'un travail collaboratif avec trois enseignantes du 1er cycle de l'enseignement de base, en supposant une perspective interprétative de l'action et signification des enseignantes des conceptions et pratiques de communication mathématique en classe. Le développement des interactions entre les élèves eux-mêmes et entre eux et les enseignantes, ainsi que la reconnaissance de la singularité de la connaissance mathématique des élèves ont favorisé l'existence des modes de communication réflexive et instructive et des modèles d'extraction de discussion dans la communication mathématique dans la salle de classe, générant un sentiment de responsabilité collective pour l'apprentissage des mathématiques et dans la reconnaissance de la connaissance de l'autre (élève et professeur).

Mots-clés: communication mathématique, modes de communication, modèles d'interaction, pratiques d'enseignement, travail collaboratif

O hipocampo, a parte do cérebro que coordena a aprendizagem e a memória, é continuamente alimentado com novos neurónios, os quais nos ajudam a aprender e a lembrar novas ideias e comportamentos. (...) Todos os dias, cada um de nós recebe a oferta de novos neurónios e células corticais plásticas.

Jonah Lehrer *in* Proust era um neurocientista

INTRODUÇÃO

A comunicação matemática está presente em todas as aulas de matemática como a própria matemática, adotando diversas formas em função das concepções (e práticas) dos professores sobre a natureza da matemática, do seu ensino e aprendizagem e do papel da comunicação em suas práticas profissionais. O posicionamento do professor sobre a natureza da matemática, enquanto forma de entender a sociedade, valoriza a comunicação matemática

pautada pela interação social, ao assumir a existência de várias estratégias e conhecimentos matemáticos singulares dos alunos (e do próprio professor) na sala de aula.

A comunicação matemática como alicerce do processo de ensino e de aprendizagem da matemática decorre do reconhecimento das interações culturais em sala de aula, entre o professor, os alunos e o conhecimento matemático (Sierpiska, 1998) e assume o discurso como uma prática social (Godino & Llinares, 2000), sobressaindo a importância de todos os intervenientes na negociação de significados e nas conexões matemáticas (Bishop & Goffree, 1986; Cruz & Martínón, 1998). Nesta perspetiva, a comunicação matemática é um processo social em que os intervenientes interagem, trocando informações, influenciando-se reciprocamente, colocando-se no lugar da atitude do outro e, ao mesmo tempo, exprimindo e afirmando a sua singularidade (Belchior, 2003; Mead, 1992). O ensino converte-se na organização de um processo interativo e reflexivo, com um professor continuamente empenhado em atividades diferenciadas e atualizadas com os alunos (Cruz & Martínón, 1998) e com uns alunos conscientes dos seus processos cognitivos e afetivos, mobilizando-os para a aprendizagem (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2003).

Este artigo discute o papel da valorização das interações entre os alunos e entre estes e o professor no reconhecimento, pelos professores, da singularidade dos conhecimentos matemáticos dos alunos. Destaco, de forma específica, a relação entre o desenvolvimento das interações sociais entre os alunos e entre estes e o professor e a valorização dos conhecimentos matemáticos singulares dos alunos no desenvolvimento de modos de comunicação e de padrões de interação centrados na reflexão e partilha de conhecimentos entre todos os intervenientes na sala de aula de matemática.

PRÁTICAS DE COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA NA SALA DE AULA

As práticas de comunicação matemática na sala de aula estruturam-se em diversos estilos de comunicação, em função do papel do professor e dos alunos no discurso de sala de aula. Brendefur e Frykholm (2000) classificam as práticas de comunicação matemática dos professores em comunicação unidirecional, contributiva, reflexiva e instrutiva. Segundo os autores, os diferentes modos de comunicação matemática podem ocorrer ao longo de uma mesma aula, com um mesmo professor e alunos, sem contradizer a predominância de uma prática de comunicação matemática em sala de aula.

Os modos de comunicação unidirecional e contributiva estão associados ao domínio total ou quase total do professor no discurso em sala de aula (Brendefur & Frykholm, 2000, Menezes, 2004). A comunicação unidirecional está associada ao domínio do professor na apresentação de conceitos e de procedimentos de resolução de exercícios e ao papel passivo de ouvinte do aluno com o intuito de reproduzir os ensinamentos do professor. Na comunicação unidirecional, os professores tentam dominar as discussões de sala de aula, fazendo perguntas fechadas aos alunos, possibilitando poucas oportunidades de comunicação das estratégias e ideias matemáticas singulares dos alunos. A comunicação contributiva pressupõe uma maior participação do aluno no discurso de sala de aula através de pequenas intervenções demonstrativas dos conhecimentos matemáticos adquiridos, exercendo o professor o papel de constante avaliador e validador do discurso do aluno. Na comunicação contributiva, o diálogo entre os alunos e entre estes e o professor tem um sentido de partilha de conhecimentos das estratégias de resolução sem um significativo aprofundamento do conhecimento matemático.

Os modos de comunicação reflexiva e instrutiva revelam a importância do discurso na aula como objeto de reflexão e partilha de conhecimentos entre o professor e os alunos, assumindo uma dimensão reflexiva e metacognitiva (Brendefur & Frykholm, 2000; Cobb, Boufi, McClain & Whitenack, 1997; Menezes, 2004). A comunicação reflexiva caracteriza-se pela importância do discurso na sala de aula como objeto de reflexão, por parte do professor e dos alunos, e do conhecimento matemático, partilhado entre todos. Na comunicação reflexiva, os alunos compartilham as suas estratégias e ideias matemáticas singulares com o professor e com os outros alunos ou tentam justificar ou refutar as conjecturas matemáticas apresentadas pelos pares, com o propósito de aprofundarem o seu (e o da comunidade) conhecimento matemático, incentivados pelo professor a participarem no discurso de sala de aula. A comunicação instrutiva diferencia-se das anteriores pela sua dimensão metacognitiva e caracteriza-se pela integração das ideias dos alunos através de processos de comunicação. Este tipo de comunicação ocorre quando os professores refletem na ação e valorizam, incorporando no discurso, as ideias e as dificuldades verbalizadas pelos alunos ou intuídas pelo professor. Na comunicação instrutiva, o professor incentiva permanentemente a reflexão dos alunos com a intenção instrutiva de os incentivar a expor as suas estratégias e ideias matemáticas singulares (mesmo que confusas ou erradas), revelando os pontos fortes e as dificuldades dos alunos, e de transformar a natureza da compreensão matemática, apoiando e sustentando a atividade matemática dos alunos.

A natureza das interações entre o professor e os alunos é expressa por padrões de interação que caracterizam as práticas em sala de aula (Wood, 1994), oscilando entre a verificação dos conhecimentos matemáticos dos alunos por parte do professor e a partilha de ideias e estratégias matemáticas através de discussões reflexivas sobre os processos de construção do conhecimento matemático. Os padrões de interação entre o professor e os alunos ocorrem em resultado da deteção de dificuldades ou impasses na resolução das tarefas matemáticas ou na explicitação das estratégias matemáticas envolvidas na atividade matemática dos alunos. Estas interações descrevem papéis distintos do professor e dos alunos, em resultado de um ensino centrado exclusivamente no conhecimento matemático e profissional do professor ou de uma aprendizagem centrada nos conhecimentos de uma comunidade de comunicação sob obrigação de cooperação (Habermas, 1998) na sala de aula.

A existência de padrões de recitação, funil e focalização (Godino & Llinares, 2000; Guerreiro, 2011; Menezes, 2004; Wood, 1994, 1998) resulta da perspetivação dos conhecimentos dos alunos em apropriação dos conhecimentos do professor, através de processos rotineiros de reprodução dos conhecimentos matemáticos. Estes padrões de interação caracterizam-se pela formulação de um conjunto sucessivo de questões aos alunos com o propósito de verificar os conhecimentos matemáticos adquiridos (recitação), de conduzir os alunos, num trajeto predeterminado, para uma solução fixa (funil) ou de integrar diferentes perspetivas e contribuições do professor (focalização) no desenvolvimento da atividade matemática dos alunos.

Os padrões de extração e discussão (Godino & Llinares, 2000; Guerreiro, 2011; Menezes, 2004; Wood, 1994, 1998) revelam uma contribuição individual dos alunos na construção do conhecimento matemático. Estes padrões de interação sustentam-se no diálogo colaborativo entre o professor e os alunos, através do reconhecimento e da avaliação dos conhecimentos dos alunos (extração) ou na discussão reflexiva em torno dos conhecimentos adquiridos e do próprio processo de construção do conhecimento matemático (discussão). O padrão de extração tem por finalidade o reconhecimento das soluções das tarefas matemáticas pelos

alunos (e pelo professor) em contraponto com o padrão de discussão que parte deste reconhecimento das soluções matemáticas para a sua explicitação e clarificação à comunidade educativa.

DESIGN INVESTIGATIVO, PARTICIPANTES E TRABALHO COLABORATIVO

O acesso aos dados empíricos referentes às práticas de sala de aula, conjugando a ação e a significação, resultou na adoção da modalidade de estudo de caso (Stake, 1994), apoiado na observação participante e na inquirição, com o desenvolvimento de um trabalho colaborativo, apoiado na reflexão e no questionamento sobre as práticas de comunicação em sala de aula. Este estudo contou com a participação de três professoras do 1.º ciclo do ensino básico – Alexandra, Carolina e Laura (pseudónimos) –, ao longo de mais de dois anos (dezembro de 2006 a fevereiro de 2009). Durante o referido período ocorreram doze encontros de trabalho colaborativo (áudio gravados), estruturados em torno das práticas de comunicação das professoras na sala de aula, catorze observações em sala de aula (vídeo e áudio gravadas) por cada professora e duas entrevistas semiestruturadas e dois encontros individuais (áudio gravados) por cada professora (para mais detalhes, ver Guerreiro, 2011). Estas entrevistas e encontros individuais contribuíram para entender os significados das professoras sobre as mudanças na interação com os alunos e em suas práticas profissionais de sala de aula, através da adoção de uma perspectiva interpretativa na redução de dados (Goetz & LeCompte, 1984) e na escrita dos casos.

As professoras apresentavam uma significativa experiência profissional, com um mínimo de doze anos de serviço docente neste ciclo de ensino (Alexandra e Carolina, 12 anos, e Laura, 17 anos), e uma genuína vontade de trabalhar em colaboração com vista ao reforço do seu conhecimento profissional sobre a comunicação matemática em sala de aula. Antes do estudo, as professoras participaram de um curso de formação contínua em matemática, em que os conhecimentos matemáticos, didáticos e curriculares foram abordados, ao nível dos temas matemáticos deste nível de ensino. A definição de interesses e objetivos comuns resultou da necessidade de assegurar um nível de intencionalidade do trabalho colaborativo em relação ao desenvolvimento profissional (Boavida & Ponte, 2002) e a um fazer e refazer de práticas de sala de aula, gerando permanências refletidas e mudanças conseguidas, numa parceria entre o investigador (eu próprio) e as professoras participantes no estudo (Ruthven & Goodchild, 2008).

O trabalho colaborativo apresentou como eixos fundamentais a confiança, sublinhada por Boavida e Ponte (2002), e a valorização da análise crítica do investigador e das colegas, como observadores exteriores, referida por Saraiva e Ponte (2005). A confiança entre as professoras e eu próprio, revelou-se como um aspeto central do desenvolvimento de todo o trabalho de natureza colaborativa, nomeadamente no confronto das professoras com as suas próprias práticas em sala de aula, como é salientado por Alexandra, desde o início do trabalho de natureza colaborativa:

Nós temos um certo conhecimento e um certo à-vontade todos juntos, não é só com ele [eu]. É entre nós e que aceitamos e rimos e até brincamos com o nosso próprio erro. Outra coisa é se tivéssemos aqui com cinco, seis ou sete pessoas que a gente não conhece de lado nenhum, não achava piada nenhuma.

[2007 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra]

Esta prática de análise crítica, baseada numa relação de confiança e numa visão exterior qualificada, é assumida como um modelo de formação adequado ao desenvolvimento profissional dos professores, nomeadamente por se centrar nas práticas e resultar numa reflexão partilhada entre todos, questionadora das práticas de sala de aula:

É um olhar exterior, que vê de fora, não está dentro. Não está implicado. Toca nos aspetos e nos pontos que tem que haver uma mudança, que devem ser tocados, que devem ser mudados, que, se calhar, se fôssemos nós sozinhas, não conseguíamos sequer nos aperceber. Tem que haver também algum conhecimento para nós nos apercebermos de certos detalhes e, se calhar, nós sozinhas não conseguíamos.

[2009 fevereiro _ entrevista _ Alexandra]

Este nível de confiança foi extensível aos alunos: "Eles gostam de ter lá gente dentro da sala" [2008 janeiro _ encontro _ Alexandra]. Contudo, a atitude inicial das professoras, durante e após a realização e discussão das primeiras aulas, esteve pautada por alguma ansiedade em relação à qualidade do desempenho dos seus alunos e de si própria, espelhando insegurança em relação ao seu conhecimento e desempenho profissional:

Está muito difícil de sair isto, hoje. Eu não percebo porquê. É de ser três e pouco [da tarde], vou pedir ao professor António para começar a vir de manhã, que é para ver se vê outra visão dos meus alunos, porque esta, sinceramente, se eu fosse ele, já não voltava cá, porque realmente... Olha, dá-me vontade atirar-me daqui da janela.

[2007 novembro _ aula _ 4.º ano _ Alexandra]

Neste sentido, o desempenho dos alunos foi assumido como uma montra do conhecimento e do desempenho profissional das professoras. O desenvolvimento de práticas de sala de aula e a partilha progressiva de perspetivas entre as professoras e eu próprio no trabalho colaborativo atenuou a ansiedade inicial e foi substituída por um significativo nível de à-vontade e cumplicidade entre os intervenientes no estudo. A correção dos caminhos trilhados e o desbravar de novas vias, por parte das professoras, com vista à aprendizagem da matemática, por parte dos alunos, resultou assim do reconhecimento do trabalho colaborativo desenvolvido no âmbito do estudo:

O trabalho que temos desenvolvido, para mim, tem sido fundamental até nas outras áreas. (...) Todas aquelas reflexões que nós fizemos em grupo sobre as sessões, para mim foi, digo a si e tenho dito a várias colegas aqui, tem sido bastante positivo a nível profissional, tem feito crescer muito, porque não só ao nível da matemática, mas também nas outras áreas.

[2008 maio _ encontro _ Carolina]

A vertente colaborativa deste estudo sustentou a possibilidade do autoconhecimento das práticas letivas pelas professoras, através do visionamento das suas aulas (e das das colegas) e da reflexão crítica, dinamizada por mim, gerando mudanças comunicativas reconhecidas, por todos (docentes e investigador), no âmbito do trabalho de grupo dos alunos, na apresentação

das tarefas matemáticas, no reconhecimento do erro como um recurso educativo, na promoção das interações comunicativas entre os alunos e entre estes e as professoras e no reconhecimento das ideias e estratégias matemáticas singulares dos alunos – “Chocou-me ver assim de fora. Ao ver a gravação, eu apercebi-me das vezes que dizia as coisas, das vezes que dirigia, da forma como olhava, como dizia. Foi ao ver, porque dantes não me apercebia” [2008 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra].

A valorização do papel da comunicação na aprendizagem da matemática gerou um reconhecimento acrescido e uma alteração significativa nos momentos da aula e na criação de espaços de interação comunicativa entre os alunos e entre estes e as professoras, com especial relevo na apresentação das tarefas matemáticas e nos momentos de discussão, em grupo turma, das estratégias de resolução e soluções dos exercícios e problemas:

No início, eu queria que eles falassem, mas não falavam nada. (...) Eu tenho uma vaga ideia de que eles não diziam nada. Estavam assim e não conseguiam explicar. O que é que eu fiz? Agora a pergunta é: O que é que eu realmente fiz? ... (...) Qual foi realmente a minha atitude para ter conseguido que eles tivessem o desenvolvimento que eles têm hoje? O à-vontade, a comunicação e a argumentação?

[2009 fevereiro _ encontro colaborativo _ Carolina]

As mudanças comunicativas assumidas pelas professoras parecem decorrer do reconhecimento dos conhecimentos singulares dos alunos e apontar para uma efetiva valorização da aprendizagem ao perspetivarem o aluno como aprendente autónomo em contextos de partilha comunicativa. Este olhar sobre as ideias matemáticas dos alunos, dos outros, justificou uma vontade crescente de formação por parte das professoras com vista ao aprofundamento do conhecimento matemático e profissional do professor de matemática.

MODOS DE COMUNICAÇÃO E PADRÕES DE INTERAÇÃO

As práticas de comunicação matemática parecem decorrer de uma dicotomia de perspetivas, em resultado de diferentes conceções sobre os papéis do aluno e do professor na sala de aula. Os modos de comunicação e os padrões de interação corporizam um processo de ensino e de aprendizagem da matemática, manifestando uma oscilação entre um ensino centrado no conhecimento de uma matemática estruturada e acabada, baseada na resolução de tarefas matemáticas, e uma aprendizagem resultante da partilha de conhecimentos singulares do professor e dos alunos.

Modos de comunicação

A assunção da comunicação matemática como instrumento da transmissão de informação e conhecimentos, relegando o papel das interações sociais para além da existência de dois ou mais intervenientes (professor e alunos), redonda numa comunicação matemática caracterizada pelo papel dominante do professor no discurso de sala de aula, como detentor do conhecimento a ser transmitido, e pelo papel de exímio ouvinte do aluno, caracterizando os modos de comunicação matemática unidirecionais e contributivos, através da inclusão de exemplos, estratégias de resolução e soluções corretas de exercícios e problemas matemáticos. Na apresentação pelos alunos da construção de painéis retangulares com doze

quadrados, Alexandra estabelece uma sequência e estrutura da exposição, através de sucessivas intervenções:

Professora: – Como é que foi fazer a do 12?

Ana: – A do 12 fui ver à tabuada.

Professora: – Traz o teu papelinho, vem aqui para o meio e explicas aos colegas. Quais são os de 12? Primeiro, para eles perceberem. Levanta lá a folhinha, são...

Ana: – Estes aqui [indicando na folha os retângulos com doze quadrados].

Professora: – Estes aqui, os que estão por cima. E como é que foi que fizeram isso?

Ana: – Primeiro fomos contando os quadrinhos e vendo a tabuada.

Professora: – Viram logo a tabuada?

Ana: – Não.

Professora: – Ah! Foram contando os quadrinhos e...

Ana: – Depois o António disse assim: «Acham melhor ir à tabuada?». E depois nós fomos e começámos a ver a tabuada.

Professora: – E então?

Ana: – Aqui era doze vezes um que dava doze e então fizemos aqui. Aqui era ... seis vezes dois que dava doze e aqui era três vezes quatro que dava doze.

Professora: – E não fizeram mais?

Ana: – Não havia mais na tabuada.

Professora: – Não havia mais pares de números que multiplicados um pelo outro desse doze. Depois, passaram para...

Ana: – O dezoito.

[2007 junho _ aula _ 3.º ano _ Alexandra]

A omnipresença das professoras na comunicação acentua-se, conjugando características unidirecionais, na apresentação de novos conceitos e na resolução e síntese das tarefas matemáticas, especialmente em situações de manifesta dificuldade dos alunos e de escassez de tempo em função do trabalho a desenvolver na sala de aula – “Se é a introdução de um novo conceito ou de um novo conteúdo, tenho sempre muita tendência para ser eu a falar e puxar pouco por eles” [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra]. Neste contexto, a participação dos alunos, em grupo turma, é pautada por monólogos explicativos, previamente assumidos e validados, sem espaço nem tempo para perspetivas dissonantes nem confrontos

argumentativos – “Era um tempo muito reduzido, era explicar como é que foi feito. Se existisse mais do que uma forma de resolução, colocar as várias à disposição de toda a gente, mas colocá-las. O diálogo, aquela comunicação não tanto...” [2009 fevereiro _ encontro colaborativo _ Alexandra].

As professoras identificaram nas suas práticas de sala de aula um excessivo controlo comunicacional e educacional, em resultado do condicionamento desproporcional das ideias e estratégias matemáticas singulares dos alunos e de repetidas intervenções das docentes na sala de aula. O contrariar destas práticas letivas, defendido e assumido por todos nos encontros de trabalho colaborativo, gerou um relativo desconforto profissional, na assunção de novas práticas, revelado num esforço significativo das professoras para não condicionar o trabalho autónomo dos alunos e aceitar resoluções alternativas e divergentes, possibilitando o confronto e a partilha de diferentes resoluções das tarefas matemáticas, mesmo que confusas, incompletas ou incorretas. Num problema de otimização da utilização de botões em casacos em função da quantidade de botões nas caixas, os alunos de Carolina, perante uma resolução incorreta, interagiram com os colegas, questionando-os sobre os procedimentos matemáticos utilizados, revelando uma crescente autonomia (conseguida pelo desenvolvimentos das interações entre os alunos) na validação das resoluções matemáticas pela comunidade educativa:

Fábio: – Nós fomos buscar que era preciso quatro botões e depois em cada caixa tinha seis botões e depois fizemos seis vezes quatro.

Beatriz: – Porquê de vezes? Porque é que não fizeram nem de mais, nem de menos, nem dividir?

[Alunos do grupo riem sem saber explicar].

Dennis: – Foi ao calhas?

Beatriz: – Não, não se comecem a rir, eu estou a fazer uma pergunta!

Dennis: – Porquê? Porque vos deu na veneta, foi?

[2008 dezembro _ aula _ 4.º ano _ Carolina]

A crescente participação dos alunos no discurso de sala de aula, através da extensão temporal dos momentos de interação comunicativa em grupo turma (decidimos encurtar o tempo destinado ao trabalho autónomo dos alunos e prolongar o tempo destinado à apresentação e discussão, em grupo turma, das resoluções das tarefas matemáticas), conduziu a uma significativa autonomia dos alunos no processo de aprendizagem – “Comunicam mais, muito mais... (...) Estou a começar a chegar àquilo que eu tinha pensado que era a comunicação. (...) Eles estão a conseguir realmente comunicar entre eles, o porquê das coisas, explicar” [2007 novembro _ encontro colaborativo _ Carolina] – e à reflexão na ação, por parte das professoras, incorporando no discurso, as ideias e as dificuldades verbalizadas pelos alunos ou intuídas pelas docentes, promovendo os modos de comunicação reflexiva e instrutiva:

Dar-lhes tempo e proporcionar-lhes trabalhos em que eles interagem uns com os outros. Dar-lhes tempo para eles interagirem, para compreenderem, para

discutirem as estratégias. Primeiro entre o grupo de trabalho, sem estar constantemente em cima deles, a orientá-los, a... a conduzi-los logo para o que está certo. Dar-lhes tempo, dar-lhes espaço.

[2009 fevereiro _ entrevista _ Alexandra]

A gradual valorização dos conhecimentos pessoais de cada um dos alunos, por parte das docentes, desencadeou um reforço significativo na partilha de conhecimentos entre todos e no reconhecimento do valor dos saberes dos outros. Esta mudança possibilitou um acréscimo significativo do sentido crítico e da responsabilização dos alunos na autonomia da validação das resoluções e soluções das tarefas matemáticas, como característica da comunicação reflexiva, originando o reforço da partilha de ideias e estratégias matemáticas, ao invés da exposição das resoluções das tarefas matemáticas.

A autonomia crítica dos alunos passou a constituir uma preocupação das professoras, nomeadamente conjugando a importância da exploração oral, entre a professora e os alunos, sobre os propósitos de cada uma das tarefas matemáticas com a capacidade dos alunos interpretarem e resolverem sozinhos ou em grupo as tarefas matemáticas. A argumentação e contra-argumentação oral assumiram uma natureza reflexiva, constituindo momentos de significativa construção de conhecimento matemático e de debate entre diferentes estratégias de resolução:

Mónica (lê questão): – Que tipo de programa foi escolhido por mais alunos?

Professora: – Ora bem, que tipo de programa... O que é que vocês responderam?

Mónica: – O tipo de programa mais escolhido pelos alunos é a Música.

[2008 novembro _ aula _ 3.º ano _ Laura]

No seguimento desta afirmação verdadeira, alguns alunos querem participar apresentando o modo como escreveram, apesar de todos concordarem com a resposta da colega. É neste contexto que os alunos, após a interrogação da professora sobre a possibilidade de respostas distintas, assumem a definição dos critérios de validação das respostas, perspetivando uma compreensão da matemática para além da assunção da solução:

Professora: – Disseste outro programa?

Alunos: – Eu não.

Aluna: – Quem tem Música, tem bem.

Aluno: – Só basta pormos o mesmo programa e está tudo igual.

Outra aluna: – Desde que a frase tenha sentido.

Aluna: – E tenha a dizer Música.

Aluno: – Está tudo bem. Se tivermos outro programa é que está mal.

[2008 novembro _ aula _ 3.º ano _ Laura]

A progressiva consciência dos alunos sobre o seu papel na validação das soluções das tarefas matemáticas foi crescente em resultado de uma maior participação destes no discurso da sala de aula e da valorização, pelas professoras, das ideias e estratégias matemáticas de cada um dos alunos. Como refere Laura: "Eles sentiram que também eles sabem resolver aquilo sem estar sempre alguém a..." [2009 fevereiro _ entrevista _ Laura]. O entendimento do erro como um recurso do processo de aprendizagem, apesar de alguma incomodidade por parte das professoras, alimentou também os modos de comunicação reflexivo e instrutivo, em parte resultante da discussão em torno dos processos de instrução e das dificuldades dos alunos na resolução de algumas tarefas. O erro (e a sua reformulação) foi progressivamente assumido pelas professoras e pelos alunos como uma hipótese de aprendizagem:

Perceber onde é que errámos é o mais importante, porque errar, errámos todos, mas se a gente não percebe onde é que erramos, a professora pode pôr o mesmo problema e continuamos a fazer a mesma asneira.

[2008 outubro _ aula _ 4.º ano _ Carolina]

A dimensão instrutiva da comunicação decorreu das discussões a propósito da razoabilidade dos resultados, da reformulação das resoluções incorretas, do processo de construção dos conhecimentos originados pela resolução de tarefas matemáticas e do reconhecimento das aprendizagens realizadas pelos alunos. Os alunos de Carolina passaram a confrontar com alguma regularidade as suas estratégias de resolução matemática, revelando uma autonomia crescente na compreensão de processos matemáticos alternativos:

Jessica (lendo o enunciado): – O senhor António precisou de setenta e seis metros de rede para vedar o seu quintal (não concluiu a leitura).

Dennis: – Nós fizemos uma conta de dividir por dois. (Registando no quadro o algoritmo tradicional da divisão) Setenta e seis a dividir por dois, para ver quanto é que dá metade (O aluno efetua os cálculos com recurso aos seus apontamentos). E depois fizemos trinta e oito a dividir por dois para saber a metade de trinta e oito, para que nos diga a resposta (O aluno efetua os novos cálculos). E depois para ver se dá correto, se nos dá dezanove, fizemos (consulta apontamentos) dezanove vezes quatro (registra uma adição com parcelas iguais). E deu-nos setenta e seis. Logo, vimos que deu a conta certa.

Beatriz: – Porque é que não fizeste logo setenta e seis a dividir por quatro?

Professora: – A tua colega está a colocar uma questão!

Dennis: – Queria... queria a metade disto.

Beatriz: – A metade? Mas, se o quadrado tem quatro lados, eu acho que em vez de estares a fazer setenta e seis a dividir por dois... Pronto, podias logo fazer setenta e seis a dividir por quatro, porque o quadrado tem quatro lados.

Dennis: – Nós fizemos assim...

Beatriz: – Fizeram por partes?

Dennis: – Dividimos por dois, depois daqueles dois descobríamos os outros.

Beatriz: – Sim, eu sei. Tu fizeste por partes, não foi?

Dennis: – Sim.

Beatriz: – Só que podias ter feito tudo junto. Em vez de trinta e oito a dividir por dois, podias ter logo feito setenta e seis a dividir por quatro. Mas, pronto, fizeste por partes, está bem na mesma.

Dennis: – Mais perguntas?

[2008 março _ aula _ 3.º ano _ Carolina]

Estas ocorrências são caracterizadas por uma dimensão metacognitiva de reflexão sobre a própria ação, através da valorização e integração dos conhecimentos matemáticos dos alunos. A assunção da singularidade dos conhecimentos matemáticos pessoais e específicos de cada um dos alunos, pelas professoras, originou o desenvolvimento de uma comunicação reflexiva e instrutiva e o aumento da autonomia dos alunos no processo de ensino e de aprendizagem. O reconhecimento e validação matemática das resoluções dos alunos passaram a ser partilhados entre a professora e os próprios alunos, que assumiram um sentido crítico em relação às resoluções incoerentes, desadequadas e erradas das tarefas matemáticas. Neste sentido, a crescente interação social entre os alunos e entre estes e a professora provocou uma maior valorização da singularidade dos conhecimentos matemáticos dos alunos, traduzida nos modos de comunicação reflexiva e instrutiva e na compreensão significativa da matemática.

Padrões de interação

A identificação, através da observação das práticas comunicativas na sala de aula, de uma permanente validação das resoluções dos alunos, pelas docentes, durante o trabalho autónomo destes, e da conseqüente uniformidade de estratégias e soluções, expurgadas de erros, alinhadas com os conhecimentos das professoras, ocasionou uma análise destas práticas, no contexto do trabalho colaborativo, e perspetivou o ensaio de uma mudança de práticas, baseada na autonomia dos alunos e na valorização das ideias e estratégias matemáticas singulares destes. A atitude das professoras de permanente regulação e validação matemática parece resultar de uma aprendizagem centrada na resolução das tarefas matemáticas, sem imprecisões nem ambiguidades, num curto espaço de tempo. Este caminhar orientado para o certo, evitando o erro, descreve as práticas iniciais de interação das professoras com os alunos, segundo os padrões de interação de recitação, de funil ou de focalização, baseados nos conhecimentos das docentes:

Às vezes eu, como tenho a minha estratégia, se eles fogem dali e estão complicados, se calhar, e têm alguma dificuldade em explicar como é que fizeram, quando eu vou encaminhar, encaminho para a minha forma. (...) Quando se estão a desviar, em vez de se esperar para ouvir tudo, cortamos logo para encaminhar. (...) Talvez para perder o menos tempo possível e não os deixar criar conceitos errados. [2008 janeiro _ encontro _ Alexandra]

O assumir do erro e da sua compreensão, como um recurso de aprendizagem, conjugado com a valorização das interações entre os alunos e a descentralização das professoras em relação ao quadro na sala de aula (evitando a permanência do discurso dos alunos direcionado para a professora, mesmo quando em interação com os outros alunos), originou a valorização dos conhecimentos matemáticos singulares dos alunos, desencadeando o surgimento dos padrões de extração e de discussão, baseados no reconhecimento do pensamento matemático dos alunos – “Sozinhos, já resolvem, já pensam de outra maneira, já vão conseguindo resolver os problemas” [2008 outubro _ encontro colaborativo _ Carolina].

O padrão de recitação surge ocasionalmente associado à verificação de conhecimentos, sem pretender ultrapassar dificuldades dos alunos. Este padrão ocorre por vezes associado a questões dirigidas ao grupo turma, gerando respostas coletivas, validadas pela professora com a repetição da resposta:

Professora: – Porque é que tu dizes que é um quadrado?

Alunos: – Tem os quatro lados iguais.

Professora: – Tem os quatro lados iguais.

[2007 junho _ aula _ 1.º ano _ Laura]

Alexandra parece utilizar o padrão de recitação na regulação da atenção e comportamento dos alunos, através de um questionamento sucessivo a diferentes alunos sem esperar qualquer resposta. Neste sentido, a utilização deste padrão resulta na regulação do comportamento em sala de aula, assumindo a resolução de dificuldades de aprendizagem através da focalização da atenção dos alunos no discurso do professor ou dos outros alunos:

Professora: – Fábio, quanto é a área do terreno do recreio? [já calculado e apresentado]

Aluno não responde.

Professora: – Aliça, qual é a área total do terreno do recreio desta escola?

Aluna não responde.

Professora: – Diz lá, António.

António: – Cento e oitenta e dois metros quadrados.

Professora: – Cento e oitenta e dois metros quadrados. Concordas, Fábio?

Aluno não responde.

Professora: – Concordas, Aliça?

Aluna não responde.

Professora: – Quer dizer, vocês são os que estão mais próximos do quadro, mais próximos dos colegas que foram explicar, e estão a milhas do trabalho que estamos a fazer aqui.

[2008 março _ aula _ 4.º ano _ Alexandra]

As professoras, perante situações de dificuldade ou impasse dos alunos, utilizam, com alguma regularidade, padrões de funil e de focalização, em que se substituem aos alunos na resolução das tarefas matemáticas, antecipando as ideias e estratégias matemáticas destes. No padrão de funil, a participação dos alunos é bastante reduzida e consubstancia-se em expressões afirmativas perante as intervenções da docente. Este padrão de funil surgia, mais regularmente, entre as professoras e os alunos que manifestavam mais dificuldades, gerando um diminuto espaço de autonomia, expressando uma conceção de ensino baseada no regular encaminhamento do aluno:

Professora: – Diz Andry.

Andry: – Eu acho que é cinquenta e seis vezes dezasseis.

Professora: – Cinquenta e seis vezes...

Andry: – Eu acho que é cinquenta e seis vezes dezasseis.

Professora: – Cinquenta e seis vezes...

Andry: – Dezasseis.

Professora: – Porquê, filho? Cinquenta e seis é de quê?

Andry: – É da área do campo B.

Professora: – É a área de cada equipa. Do campo de cada equipa. Quantos campos de equipa tens?

Andry: – Dois.

Professora: – Dois. Então é... Cinquenta e seis...

Andry: – Vezes dois.

Professora: – Vezes dois. E as prisões?

Andry: – Dezasseis vezes dois.

Professora: – E depois no fim?

Andry: – Esta vezes...

Professora: – Vezes?

Aluno: – Não, juntar tudo, professora. Somar.

Professora: – Vezes? Andry, é vezes, será que é vezes?

Andry acena negativamente.

Andry: – Mais.

Professora: – Não é, pois não, é tudo somado.

[2007 novembro _ aula _ 4.º ano _ Alexandra]

Nas interações caracterizáveis com o padrão de funil, as professoras ultrapassam as dificuldades dos alunos em relação aos conceitos fazendo alusão aos procedimentos matemáticos, previamente pensados por si, encaminhando-os para as resoluções corretas:

Professora: – Um retângulo. Tem quantos quadrados de área?

Alunos: – Três...

Professora: – Quantos quadrados é que estão aqui? Aqui estão quantos? (indicando na vertical)

Alunos: – Dois.

Professora: – E em cada linha? (indicando na horizontal)

Alunos: – Quatro.

Professora: – Então como é que se faz?

Alunos: – Dois vezes quatro, oito.

[2008 abril _ aula _ 2.º ano _ Laura]

O ultrapassar das dificuldades de aprendizagem através do recurso aos padrões de recitação e de funil é culturalmente extensível aos alunos nas suas interações com os colegas, especialmente entre os alunos conhecedores e os alunos desconhecedores:

Professora: – Ó Daniela, quanto é uma dezena e meia?

Daniela: – Uma dezena e meia...

(...)

Nuno: – Daniela, junta uma dezena com meia dezena.

Daniela: – ...

Nuno: – Quanto é uma dezena?

Daniela: – Dez.

Nuno: – Quanto é meia dezena?

Daniela: – Cinco.

Nuno: – Então junta esses dois. Quanto é que dá?

Daniela: – Quinze.

Nuno: – Então, quanto é que é uma dezena e meia?

Daniela: – Quinze.

[2008 fevereiro _ aula _ 2.º ano _ Laura]

Esta reprodução do discurso do professor, entre os alunos, é reveladora da manifesta influência da cultura escolar na sala de aula, traduzindo igualmente um forte hipótese de mudança global da comunicação matemática através da ação comunicativa do professor. Neste sentido, a autoconsciência do professor sobre as características dos padrões de interação existentes na sua prática letiva pode resultar numa assumida vontade de alteração (ou manutenção) das suas práticas de comunicação matemática em sala de aula. O conhecimento matemático (entendido como o conhecimento de e sobre matemática) pouco aprofundado parece condicionar as professoras a padrões de interação mais fechados, como o padrão de funil, em que se evidencia um conhecimento de matemática, restrito à descrição da resolução das tarefas matemáticas – “Muitas vezes, quando estamos a tentar ajudá-los, já estou a dar a resposta sem querer. (...) Falta-me também, às vezes, certa imaginação e criatividade para ir buscar outros exemplos, para ir buscar outros caminhos” [2008 abril _ encontro _ Laura]. Esta falta de imaginação e criatividade, aliada a um conhecimento matemático restrito aos procedimentos matemáticos, pode justificar um certo recurso aos padrões de interação mais fechados e tradicionais baseados no conhecimento das professoras, não sendo, contudo, opção educacional das docentes – “Nós pomo-nos naquela ideia que tem que ser assim... isto faz-se assim, assim... deixa ver... Se não for assim... Se desvia, é um problema para nós” [2008 janeiro _ encontro colaborativo _ Laura].

Nas interações entre as professoras e os alunos, o padrão de focalização parece bastante presente, através de questões que desvendem as resoluções sem as explicitar, por vezes assumindo um misto de condicionamento (padrão de funil) e de encaminhamento (padrão de focalização), com um foco intenso na resolução das tarefas matemáticas. Este padrão é assumido pelas docentes como uma estratégia de ensino – “Eu faço muito isso. É levá-los lá” [2007 outubro _ encontro colaborativo _ Alexandra], sem deixar azo à existência de falhas e incompreensões, igualmente reproduzido entre os alunos na sala de aula. Em diferentes momentos das aulas, Laura recorre ao padrão de focalização parcialmente conjugado com o padrão de funil, no seguimento de soluções erradas apresentadas pelos estudantes. Os alunos tinham de escrever os números vizinhos (inteiros consecutivos), a partir de um valor dado. O aluno Miguel foi ao quadro preencher o antecedente e o conseqüente do número inteiro trezentos. Miguel começa por escrever o número 301 e de seguida escreve 210, na casa anterior ao 300. Após a admiração dos seus colegas, apaga o 210. Laura intervém:

Professora: – Miguel, 210 foi o número que puseste? E não há nenhum número maior de 210 que se aproxime de 300.

O aluno fica em silêncio.

Professora: – Basta ver o 211 já é maior que o 210. É ou não?

Miguel acena com a cabeça concordando.

Professora: – Qual será antes desse? É 300?

Miguel: – Não.

Professora: – É qual? Qual é a ordem que começa? É quê?

Aluno retoma o silêncio

Professora: – O número que vem antes desse também é trezentos e qualquer coisa? É?

Miguel: – Não.

Professora: – Então é quê? Se não é trezentos, qual é a centena antes de trezentos?

Aluno em silêncio

Professora: – Miguel, qual é a centena antes do três?

Miguel: – Dois.

Professora: – Então esse outro número tem que começar por...

Miguel: – Duzentos.

[2008 fevereiro _ aula _ 2.º ano _ Laura]

As interações das professoras com os alunos assumiram uma nova dimensão, baseada na compreensão e partilha dos conhecimentos ímpares manifestados pelos alunos, caracterizadas pelos padrões de extração e de discussão. O padrão de extração resulta da valorização de resoluções distintas e potencialmente incompreensíveis aos outros alunos e à própria professora, originando um padrão de questionamento em que se pretende reconhecer a validade das ideias, estratégias de resolução ou soluções apresentadas pelos alunos. No problema da determinação do lado de um quadrado sabendo o valor do seu perímetro, um dos grupos de alunos optou por dividir sucessivamente por dois de modo a obter a quarta parte do valor dado, como ilustrado anteriormente. Carolina tenta perceber o pensamento do aluno, utilizando o padrão de extração:

Dennis: – Mais alguém quer alguma pergunta? Diga.

Professora: – Eu. Eu ouvi o que explicaste à Bia. A Bia acabou por explicar, acabou por dizer, colocar a tua explicação, mas eu quero saber porque é que vocês se lembraram de dividir setenta e seis por dois.

Dennis: – Para descobrir a metade.

Professora: – Uma pergunta: metade do quê?

Dennis: – Metade de setenta e seis.

Professora: – Porquê?

Dennis: – Para depois saber a metade ...

Professora: – E essa metade de setenta e seis é o quê? É metade do quê?

Dennis: – Aonde, professora?

Professora: – Eu não estou a dizer que está mal, toma atenção, Dennis. A professora disse que estava mal?

Dennis: – Não.

Professora: – Não. Eu só quero saber é ... Tentar perceber o que é que vocês pensaram.

[2008 março _ aula _ 3.º ano _ Carolina]

O questionamento parece inconclusivo, o que nos alerta para a dificuldade de conhecer a singularidade do pensamento do outro, mesmo através de um questionamento com base no padrão extrativo. Esta dificuldade parece ter gerado no aluno um momento de incerteza em relação à correção da sua resolução, dificultando a negociação de significados matemáticos. Similarmente, o padrão de discussão manifesta-se no auxílio da docente na publicitação e explicitação de diferentes raciocínios, estratégias de resolução ou soluções apresentadas pelos alunos em grupo turma. Laura contribui na explicação dos alunos através de um conjunto de questões de modo a que as soluções dos alunos sejam validadas e aceites por toda a turma. Neste episódio de sala de aula, a resolução algorítmica de uma adição com várias parcelas foi contraposta a uma estratégia de cálculo mental com registos de apoio ao cálculo:

Teresa: – Nós fizemos: juntámos seis com cinco, que é o B com o E, seis com cinco que deu onze. Depois fomos juntar quatro com quatro, ficou oito, deu dezanove.

Miguel: – Começámos primeiro pelos números maiores.

Teresa: – Depois fomos juntar mais quatro, deu 23. Depois juntámos três com três, fica seis, vinte e três, vinte e nove, e depois com um, fica trinta.

Professora: – Alguma dúvida?

Alunos: – Não.

[2008 novembro _ aula _ 3.º ano _ Laura]

Perante as diferentes resoluções, Laura assume o papel de questionadora com vista à clarificação dos procedimentos, conjugando a extração de conhecimentos com a partilha e discussão de estratégias de resolução entre os alunos:

Professora: – Como é que fizeram para não se perderem?

Miguel: – Metemos uma cruzinha nos que já tínhamos juntado.

Teresa: – Juntámos o E com o B que deu 11, e depois fizemos uns tracinhos, um X, para saber (escreve no quadro enquanto fala).

Miguel: – Sim.

Teresa: – Fomos juntar o G, o F e o C (escreve no quadro enquanto fala).

Professora: – Porque esses têm quantos?

Teresa: – Quatro.

Professora: – Cada um.

Miguel: – E nós fizemos pelos maiores.

Teresa: – Juntámos o G com o F, fica oito, mais... (acompanha as letras com o giz) doze (escreve 12).

Professora: – Então e agora têm quantos?

Teresa: – Já temos 23. Depois fomos juntar o H com o A. São três, fica seis. Vinte e três com seis, ficam 29 (vai escrevendo os resultados parciais). Depois fizemos os tracinhos e fomos juntar mais um...

Professora: – Que era a barra que faltava.

Teresa: – E ficámos com 30.

Miguel: – das Notícias.

[2008 novembro _ aula _ 3.º ano _ Laura]

A revelação destes padrões de extração e de discussão resulta do assumir, por parte das professoras, da existência de estratégias matemáticas singulares por parte dos alunos, ao invés da normalização do conhecimento matemático pautado pelo conhecimento do professor ou do manual escolar. O papel excessivo de singular autoridade matemática na sala de aula, assumido por vezes pelas professoras, leva a que os padrões de recitação, de funil e de focalização sejam o único modo de ultrapassar as dificuldades dos alunos na resolução das tarefas. O reconhecimento, por parte das professoras, que é possível fazer uma exploração positiva do erro e que os alunos possuem conhecimentos pessoais originou uma partilha, entre todos, dos conhecimentos singulares, pautada por padrões de extração e de discussão, ocasionando, por vezes, verdadeiras ideias e estratégias matemáticas dos alunos distintas das

estratégias matemáticas das professoras. Estes diferentes padrões de interação refletem diferentes perspectivas sobre a natureza da matemática, do seu ensino e da sua aprendizagem e do papel do professor e dos alunos nas interações sociais na sala de aula.

COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA COMO VALORIZAÇÃO DOS CONHECIMENTOS DOS ALUNOS

A relação de confiança das professoras comigo, gerada no decorrer do trabalho colaborativo, assumiu um significativo papel na concretização de críticas sobre o desempenho profissional em sala de aula e no reconhecimento da valorização deste olhar externo sobre as práticas de comunicação matemática (como apontado por Saraiva & Ponte, 2005). O trabalho colaborativo assumiu assim um significativo papel no autoconhecimento das professoras das suas práticas de comunicação matemática, alimentadas pelo visionamento de episódios de sala de aula e pelo meu questionamento afetivo e crítico.

Esta colaboração resultou numa mudança de práticas baseadas na valorização das interações entre os alunos e entre estes e a professora, no reconhecimento do erro como um recurso de aprendizagem e no reconhecimento da singularidade das ideias, das estratégias e dos conhecimentos matemáticos dos alunos. A progressiva valorização da singularidade dos conhecimentos matemáticos dos alunos (entendidos como estratégias pessoais) originou uma alteração das práticas de comunicação matemática na sala de aula, ocasionando uma vontade expressa pelas professoras em aprofundar os seus conhecimentos matemáticos (especialmente os conhecimentos sobre matemática), como forma de contribuir para a compreensão (através de um novo olhar) dos conhecimentos matemáticos próprios dos alunos.

O caminho traçado entre as práticas de comunicação matemática iniciais, pautadas pelo conhecimento matemático das professoras (baseado em procedimentos matemáticos), e as práticas de comunicação matemática posteriores, resultantes da valorização das interações entre os alunos e entre estes e a professora e dos conhecimentos singulares destes, resultou no aprofundamento da capacidade dos alunos comunicarem as suas ideias matemáticas e de interpretarem e compreenderem as ideias dos outros. O reconhecimento do saber individual do outro adicionou às práticas das professoras, a partilha como uma vertente do processo comunicativo, em resultado das interações entre os alunos, a professora e o conhecimento matemático (como defendido por Sierpinska, 1998).

O aprofundamento das interações sociais na sala de aula e a integração da singularidade das ideias e processos matemáticos dos alunos favoreceu a existência de modos de comunicação reflexiva e instrutiva, gerando uma partilha de responsabilidades entre a professora e os alunos no reconhecimento do conhecimento matemático construído na sala de aula. A assunção de ideias e estratégias matemáticas originais, confusas, incompletas ou incorretas dos alunos pela professora, como recurso de aprendizagem (como é defendido por Cruz & Martínón, 1998), desencadeou processos de confrontação de saberes, alimentados por padrões de extração e discussão centrados nos conhecimentos dos alunos.

Deste modo, as práticas de comunicação matemática foram muito além da reprodução dos conhecimentos matemáticos das professoras e assumiram uma ação intencional na valorização dos conhecimentos matemáticos singulares construídos por cada um dos alunos. A existência de modos de comunicação reflexiva e instrutiva e de padrões de extração e discussão

evidenciou o conhecimento matemático dos alunos gerando um significativo nível de autonomia destes na construção e validação das resoluções matemáticas. O reconhecimento da existência de diversas ideias e estratégias matemáticas pelos alunos (e pelas professoras) valoriza o respeito mútuo pelas opiniões, ideias e estratégias matemáticas do outro, dos outros alunos.

Referências bibliográficas

- Belchior, F. (2003). Pedagogia, comunicação e existência. *Revista Portuguesa de Pedagogia*, 37(3), 197-230.
- Bishop, A. & Gofree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel.
- Boavida, A. & Ponte, J. (2002). Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. GTI – Grupo de Trabalho de Investigação (Orgs) *Refletir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 43-55). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Brendefur, J. & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 125-153.
- Cobb, P., Boufi, A., McClain, K. & Whitenack, J. (1997). Reflective Discourse and Collective Reflection. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(3), 258–277.
- Cruz, G., & Martínón, A. (1998). Interacción y construcción significativa del conocimiento: notas teóricas y una práctica educativa. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 16, 85-100.
- Godino, J. & Llinares, S. (2000). El interaccionismo simbólico en educación matemática. *Revista Educación Matemática*, 12(1), 70-92.
- Goetz, J., & LeCompte, M. (1984). *Ethnography and qualitative design in educational research*. Orlando: Academic Press, Inc.
- Guerreiro, A. (2011). Comunicação no ensino-aprendizagem da matemática: Práticas no 1.º ciclo do ensino básico (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa).
- Habermas, J. (1998). *O Discurso Filosófico da Modernidade*. Lisboa: Publicações Dom Quixote.
- Mead, G. (1992). *Mind, self & society from the standpoint of a social behaviorist*. Chicago, IL and London: The University of Chicago Press. (Edição original em inglês, 1934).
- Menezes, L. (2004). Investigar para ensinar Matemática: Contributos de um projeto de investigação colaborativa para o desenvolvimento profissional de professores (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa).
- Ponte, J., Brocardo, J. & Oliveira, H. (2003). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Ruthven, K. & Goodchild, S. (2008). Linking researching with teaching: Towards synergy of scholarly and craft knowledge. In L. English (Ed.) *Handbook of international research in mathematics education* (2nd ed., pp. 565-592) New York, NY: Routledge.
- Saraiva, M. & Ponte, J. (2005). Das tarefas à negociação de significados matemáticos. *Atas do ProfMat 2003* (CD) (pp. 305-311). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Sierpinska, A. (1998). Three epistemologies, three views of classroom communication: Constructivism, sociocultural approaches, interactionism. In H. Steinbring, M. G.

- B. Bussi & A. Sierpiska (Eds.), *Language and communication in the mathematics classroom* (pp. 30-62). Reston, VA: NCTM.
- Stake, R. (1994). Case studies. In N. Dezin & Y. Lincoln (Eds.) *Handbook of qualitative research*. (pp. 236-247). London: Sage.
- Wood, T. (1994). Patterns of interaction and the culture of mathematics classrooms. In S. Lerman (Ed.), *Cultural perspectives on the mathematics classroom* (pp. 149-168). Dordrecht: Kluwer.
- Wood, T. (1998). Alternative patterns of communication in mathematics classes: Funneling or focusing? In H. Steinbring, M. Bussi & A. Sierpiska (Eds.), *Language and communication in the mathematics classroom* (pp. 167-178). Reston, VA: NCTM.